

УДК 330.4:336.7

М. І. Ткаченко,

к. е. н., доцент, докторант, Хмельницький національний університет

Н. В. Євдокимова,

аспірант, Хмельницький національний університет

ФОРМУВАННЯ КЛІЄНТОМ БАНКУ ДЕПОЗИТНОГО ПОРТФЕЛЮ НА ОСНОВІ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

М. Tkachenko,

Ph.D. in Economics, associate professor, doctorate student in Khmel'nitsky National University

N. Evdokimova,

Ph.D. student in Khmel'nitsky National University

FORMATION OF THE BANK DEPOSIT PORTFOLIO BASED ON DYNAMIC PROGRAMMING

У статті показано як в узагальненому варіанті, так і на конкретному прикладі моделювання процесу формування клієнтом банку депозитного портфелю з використанням динамічного програмування.

The article shows how in a generalized form, and on a specific example, the modeling process of forming the client's deposit portfolio, using dynamic programming.

Ключові слова: клієнт, банк, депозит, динамічне програмування.

Key words: bank's client, bank, deposit, dynamic programming.

Серед варіантів збереження готівкових коштів є їх розміщення в банку на депозитному рахунку таким чином, щоб отримати від цього достатні відсоткові доходи. Вибравши методом аналізу ієрархій конкретний банк для розміщення депозиту [1], перед його клієнтом постає наступна задача.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розмістити на депозит грошові кошти в сумі x гривень так, щоб отримати максимальну вигоду. В свою чергу, працівник банку пропонує йому пакет послуг, який має n пропозицій. Кожна з пропозицій i ($i = 1, 2, \dots, n$) дозволяє отримати клієнту різні доходи $f_i(x_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) в залежності від терміну T розміщення певної частки x_i його загальної суми [2].

Математичною мовою це означає, що від загальної суми грошей x , що розподілена клієнтом між запропонованими йому i пропозиціями ($i = 1, 2, \dots, n$).

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = x \quad (1),$$

він може отримати загальний дохід

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \quad (2),$$

який залежить від того, яке конкретне значення в грошових одиницях матиме частка x_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

Таблиця 1. Числові значення депозитного вкладу та суми відсотків за ним

Сума депозитного вкладу, тис. грн.	Можливе отримання сум за відсотками, тис. грн.			
x_k	$f_1(x_k)$	$f_2(x_k)$	$f_3(x_k)$	$f_4(x_k)$
0	0	0	0	0
100	16	15	15	20
200	18	25	30	25
300	45	50	54	55
400	55	75	80	75
500	90	94	88	93

Тобто, може бути поставлена така задача:

Знайти ті значення x_i ($i = 1, 2, \dots, n$), при яких вони забезпечать максимум функції (2) при виконанні умови (1).

Така постановка задачі належить до класу динамічного програмування і має розв'язок за таким алгоритмом:

— із загальної кількості пропозицій клієнт обрав тільки k ($k \leq n$), що й визначає його депозитний портфель, тоді максимальний приріст визначається за таким співвідношенням:

$$F_k(x) = \max_{\forall x_i} \{f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_n(x_n)\} \quad (3),$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = x \quad (4),$$

— якщо клієнт погодився на пропозицію, яка його задовольнила, тобто вся сума грошей $x_1 = x$ буде спрямована тільки на один депозит, тоді максимальний приріст за співвідношенням (3) становитиме:

$$F_1(x) = \max_{\forall x_i} \{f_1(x_1)\} = f_1(x_1) \quad (i = 1) \quad (5),$$

— далі, у випадку, коли клієнт вирішив оформити депозити за двома пропозиціями, виділивши на другий x_2 тоді для першого повинно залишитись грошей $x - x_2$; від другого депозиту буде отримано доходу в сумі $f_2(x_2)$, а від першого $F_1(x - x_2)$, а загальний ефект становитиме

$$F_2(x) = \max_{\forall x_i} \{f_2(x_2) - F_1(x - x_2)\}, \quad (i = 1, 2) \quad (6),$$

— якщо у клієнта є можливість здійснити вклад і на третій депозит портфелю в сумі x_3 , тоді його дохід від цієї послуги банку становитиме $f_3(x_3)$, а суму грошей $x - x_3$ треба розподілити між двома попередніми. В результаті буде отримано сукупний дохід

$$F_3(x) = \max_{\forall x_i} \{f_3(x_3) - F_2(x - x_3)\}, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (7),$$

Узагальнюючи співвідношення (6) і (7), отримаємо загальне рекурентне співвідношення, яке називається функціональним рівнянням Белмана

$$F_k(x) = \max_{\forall x_i} \{f_k(x_k) - F_{k-1}(x - x_k)\}, \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (8),$$

Таблиця 2. Етапи реалізації співвідношення (8)

k	x_k	$f_1(x_k)$	$F_2(x_k)$	$f_2(x_k)$	$F_3(x_k)$	$F_4(x_k)$
	0	0	0	0	0	0
	100	16	15	15	20	
	200	18	25	30	25	
	300	45	50	54	55	
	400	55	75	80	75	
	500	90	94	88	93	
k						
1	$F_1(0) =$	$f_1(0) =$	0			
	$F_1(100) =$	$f_1(100) =$	16			
	$F_1(200) =$	$f_1(200) =$	18			
	$F_1(300) =$	$f_1(300) =$	45			
	$F_1(400) =$	$f_1(400) =$	55			
	$F_1(500) =$	$f_1(500) =$	90			
2	$F_2(0) =$	$f_2(0) + F_1(0) =$	0			
	$F_2(100) =$	$f_2(0) + F_1(100) =$	16		16	
		$f_2(100) + F_1(0) =$	15			
	$F_2(200) =$	$f_2(0) + F_1(200) =$	18		31	
		$f_2(100) + F_1(100) =$	31			
		$f_2(200) + F_1(0) =$	25			
	$F_2(300) =$	$f_2(0) + F_1(300) =$	45		50	
		$f_2(100) + F_1(200) =$	33			
		$f_2(200) + F_1(100) =$	41			
		$f_2(300) + F_1(0) =$	50			
	$F_2(400) =$	$f_2(0) + F_1(400) =$	55		75	
		$f_2(100) + F_1(300) =$	60			
		$f_2(200) + F_1(200) =$	43			
		$f_2(300) + F_1(100) =$	66			
		$f_2(400) + F_1(0) =$	75			
	$F_2(500) =$	$f_2(0) + F_1(500) =$	90		94	
		$f_2(100) + F_1(400) =$	70			
		$f_2(200) + F_1(300) =$	70			
		$f_2(300) + F_1(200) =$	68			
		$f_2(400) + F_1(100) =$	91			
		$f_2(500) + F_1(0) =$	94			
3	$F_3(0) =$	$f_3(0) + F_2(0) =$	0			
	$F_3(100) =$	$f_3(0) + F_2(100) =$	16		16	
		$f_3(100) + F_2(0) =$	15			
	$F_3(200) =$	$f_3(0) + F_2(200) =$	18		31	
		$f_3(100) + F_2(100) =$	31			
		$f_3(200) + F_2(0) =$	30			
	$F_3(300) =$	$f_3(0) + F_2(300) =$	45		54	
		$f_3(100) + F_2(200) =$	46			
		$f_3(200) + F_2(100) =$	46			
		$f_3(300) + F_2(0) =$	54			
	$F_3(400) =$	$f_3(0) + F_2(400) =$	55		80	
		$f_3(100) + F_2(300) =$	65			
		$f_3(200) + F_2(200) =$	61			
		$f_3(300) + F_2(100) =$	70			
		$f_3(400) + F_2(0) =$	80			
	$F_3(500) =$	$f_3(0) + F_2(500) =$	94		96	
		$f_3(100) + F_2(400) =$	90			
		$f_3(200) + F_2(300) =$	80			
		$f_3(300) + F_2(200) =$	85			
		$f_3(400) + F_2(100) =$	96			
		$f_3(500) + F_2(0) =$	88			
4	$F_4(0) =$	$f_4(0) + F_3(0) =$	0			
	$F_4(100) =$	$f_4(0) + F_3(100) =$	16		20	
		$f_4(100) + F_3(0) =$	20			
	$F_4(200) =$	$f_4(0) + F_3(200) =$	18		36	
		$f_4(100) + F_3(100) =$	36			
		$f_4(0) + F_3(200) =$	25			
	$F_4(300) =$	$f_4(0) + F_3(300) =$	45		55	
		$f_4(100) + F_3(200) =$	51			
		$f_4(200) + F_3(100) =$	41			
		$f_4(300) + F_3(0) =$	55			
	$F_4(400) =$	$f_4(0) + F_3(400) =$	55		80	
		$f_4(100) + F_3(300) =$	74			
		$f_4(200) + F_3(200) =$	56			
		$f_4(300) + F_3(100) =$	71			
		$f_4(400) + F_3(0) =$	75			
	$F_4(500) =$	$f_4(0) + F_3(500) =$	96		100	
		$f_4(100) + F_3(400) =$	100			
		$f_4(200) + F_3(300) =$	79			
		$f_4(300) + F_3(200) =$	86			
		$f_4(400) + F_3(100) =$	91			
		$f_4(500) + F_3(0) =$	93			

яке, власне, й дозволяє оцінити всі k пропозицій банку щодо отримання клієнтом максимального прибутку від його суми грошей, що призначені для депозитного портфелю.

Для реалізації алгоритму, визначеного співвідношенням (8), складемо електронну таблицю.

На першому кроці визначаємо варіанти від першої пропозиції. Враховуючи, що $f_1(x)$ є зростаючою функцією, то першою пропозицією доцільно скористатись повністю, тобто використовується співвідношення (5), або це $F_1(x_k) = f_1(x_k)$.

На другому кроці розраховуємо оптимальний варіант розподілу депозитної суми між двома пропозиціями разом. Якщо клієнт скористається першою і другою пропозиціями та буде вкладено відповідно депозитні суми $x_k (k = 1, 2)$, то дохід буде визначено за співвідношенням (6).

На третьому кроці розраховуємо оптимальний розподіл депозитних сум для трьох пропозицій банку разом, використовуючи співвідношення (7).

На останньому, четвертому кроці, розраховуємо оптимальний розподіл депозитних грошей між всіма вибраними пропозиціями банку. Оскільки функції $f_k(x_k)$ є зростаючими, тоді для отримання максимуму депозитного доходу доцільно використати всю виділену для вкладу суму 500 тис. грн., а тому тут можна розраховувати тільки значення $F_k(500)$ за рекурентним співвідношенням Белмана (8). В таблиці 2 наведемо весь процес знаходження оптимального прибутку від депозитного вкладу клієнта банку.

ВИСНОВКИ

При заданих значеннях депозиту у 500 тис. грн. та можливого отримання відповідних процентних сум, клієнт банку за час отримує прибуток у 100 тис. грн., скориставшись двома пропозиціями банку, а саме, якщо це четверта пропозиція у сумі вкладу 100 тис. грн., а також третя в сумі вкладу 400 тис. грн. Близький до оптимального є варіант, який отримано на третьому кроці, від якого клієнт має за той же час прибуток у 96 тис. грн. — якщо він скористається третьою пропозицією і здійснить вклад у сумі 400 тис. грн. та другою пропозицією у сумі 100 тис. грн. Тобто основний вклад повинен все ж таки бути задоволенням третьою пропозиції. Даний приклад дає нам підстави вважати, що такий підхід може бути реалізований банками як додаткова послуга з формування депозитного портфелю.

Література:

- Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. — М.: Советское радио. — 1995. — 224 с.
- Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учебник для вузов / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. — М.: Высшая школа, 2000. — 383 с.

References:

- Saati, T. Kerns, K. (1993), Analyticheskoye planirovanie. Organizacija sistem [Analytical planning. Systems organization], Sovetskoye radio, Moscow, Russia.
- Ventzel, E.S. (2000), Teorija sluchajnyh processov i eyo inzhenernye prilozhenija [Theory of random processes and its engineering application], Vysshaya shkola, Moscow, Russia. *Стаття надійшла до редакції 24.11.2015 р.*