УДК 519.866

О. Ю. Широкова,
Національній технічний університет України "КПІ"
Т. А. Дунаєва,
Доцент, к.ф.-м. н., Національній технічний університет України "КПІ"

ФОРМУВАННЯ НЕЧІТКОЇ СТРУКТУРИ СТРАХОВОГО ПОРТФЕЛЯ

У статті розглянута задача формування оптимальної структури саме страхового портфеля на основі нечітко-множинного підходу. Побудовано математичну модель поставленої задачі та представлено алгоритм формування та оптимізації портфеля страхової компанії в нечітких умовах. Використовуючи запропонований алгоритм, на основі статистичних даних однієї зі страхових компаній України розв'язано поставлену задачу формування нечіткої структури страхового портфеля та зроблено порівняння отриманого портфеля з класичним розв'язком портфельної задачі.

The object of researches of the work is the mathematical modelling of a fuzzy structure of insurance portfolio. The main aim of research is forming of the optimal structure of insurance portfolio by using fuzzy logic. The main solution algorithms were introduced and used. The realization of the problem was done by using the statistical data of one of the insurance companies of Ukraine. The comparison of results by using classic and fuzzy models are presented.

Ключові слова: страхування, нечіткість, страховий портфель, дохідність, ризик.

ВСТУП

При управлінні роботою страхової компанії важливу роль відіграють математичні моделі, метою яких є опис різних видів діяльності страхової компанії. Вивчення таких моделей і проведення на їх основі розрахунків важливих характеристик роботи страхової компанії дозволяє пропонувати приклади оптимальних управлінських рішень.

Однією з найважливіших проблем в управлінні страховими компаніями є формування структури страхового портфеля. Так само, як інвестори, які віддають перевагу формуванню портфеля, а не придбанню цінних паперів одного виду, страховики прагнуть працювати з кількома видами страхування, оскільки, формуючи страховий портфель, можна знизити рівень ризику, не зменшуючи при цьому очікуваної дохідності [1]. Тобто страховик має дві суперечні між собою цілі, які повинні бути збалансовані при прийнятті інвестиційного рішення: одночасно максимізувати очікувану дохідність і мінімізувати невизначеність, тобто ризик [2].

Задача формування оптимальної структури страхового портфеля полягає в тому, щоб на основі статистичних даних про параметри страхового портфеля за попередні звітні періоди сформувати таке співвідношення видів страхування у портфелі на майбутнє, яке задовольнятиме вимогам акціонерів щодо забезпечення заданого рівня очікуваної дохідності при мінімальному рівні ризику. Класичним вирішенням цієї проблеми є використання портфельної теорії Марковіца. Але оскільки дохід за видами страхування є випадковим, його точне значення в майбутньому невідоме, а імовірнісний опис такого роду випадковості не зовсім коректний, то в якості опису дохідності видів страхування доцільно використати нечітко-множинний апарат (засновником якого вважається Заде). Так експерт відмовляється від ймовірносного опису і формує розрахунковий коридор для показника очікуваної дохідності [3].

Актуальність даної роботи полягає в удосконаленні моделі формування оптимального портфеля ризикових активів страхової компанії шляхом застосування нечіткої логіки, тобто в отриманні математичної моделі формування нечіткої структури саме страхового портфеля.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Задача формування страхового портфеля описується наступним чином. Необхідно сформувати страховий портфель з n видів страхування на наступний період. Перед керівником компанії постає проблема визначення оптимальної частки кожного виду страхування в загальній структурі портфеля. Інакше кажучи, необхідно визначити відсотковий розподіл часток всіх n видів страхування в страховому портфелі, що максимізує його середню дохідність при заданому обмежені на рівень ризику.

МЕТОДОЛОГІЯ

Основними припущеннями, що лежать в основі класичної портфельної теорії Марковіца, є:

1) двопараметричність моделі: до уваги беруться два параметри інвестицій — дохід та ризик;

2) інвестор формує портфель з ризикових активів, майбутній дохід за якими наперед не визначений;

3) інвестор вважається несхильним до ризику [5].

Такими ж засадами керуються акціонери страхової компанії, визначаючи стратегічні напрями її діяльності на майбутнє. Невідомо, яка частина сформованих резервних фондів буде виплачена як відшкодування за договорами страхування, а яка частина заробленої премії перейде в дохід страховика.

Нечіткий метод оптимізації портфеля базується на наступних припущеннях:

1) ризик портфеля — можливість того, що очікува-

на дохідність портфеля виявиться нижчою від деякої встановленої планової величини;

2) кореляція активів у портфелі не враховується і не розглядається;

3) дохідність кожного активу — це невипадкове нечітке число;

4) оптимізувати портфель у такій постановці означає максимізувати очікувану дохідність портфеля при фіксованому рівні ризику [3].

Для реалізації побудованої моделі було використано програмне середовище Borland C++ Builder, що є універсальною системою візуального об'єктно-орієнтованого програмування. Розроблена програма дозволяє:

1) розрахувати структуру страхових портфелів, що належать допустимій множині Марковіца;

2) обрати з цих портфелів оптимальні;

3) показати відповідні кожному портфелю дохідність та ризик;

4) задавши розрахунковий коридор дохідності для кожного з видів страхування, розрахувати структури оптимальних портфелів, використовуючи нечітко-множинний підхід.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Задача формування оптимальної структури страхового портфеля полягає в пошуку вектора часток розподілу внесків за видами страхування в портфелі. Причому, з одного боку, страховик намагається максимізувати свою дохідність, а з іншого — фіксує гранично допустимий ризик. Використовуючи класичну портфельну теорію Марковіца, отримаємо наступну математичну модель.

$\tilde{u}_r^{-1}(0)$

Якщо r_i — це середня дохідність *i*-го виду страхування, а $r_p = \sum_{i=1}^{n} \omega_i r_i$ — середня дохідність страхового портфеля, який містить договори *n* видів страхування, причому — частка і-того виду страхування у загальній структурі портфеля, то:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \omega_i \omega_j \sigma_{ij}} \to \min \qquad (1),$$

$$r_p = \sum_{i=1}^{n} \omega_i r_i \qquad (2),$$

$$\omega_i = \frac{x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i}, \ \sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1, \ \omega_i \geq 0, \ i = \overline{1,n} \qquad (3),$$

де x_i — сума премій за *i*-тим видом страхування;

ω_i — частка *i*-того виду страхування у загальній структурі портфеля;

σ_p — відхилення дохідності за портфелем (оцінює ступінь можливого відхилення фактичної дохідності від очікуваної);

σ_{ij} — коваріація дохідностей *i*-го та *j*-го видів страхування.

Для того щоб знизити ризик за портфелем, у процесі його диверсифікації використовують активи, дохід за якими мало корельований.

Розв'язок задачі (1) — (3) можна знайти за допомогою методу множників Лагранжа і в результаті отримати множину портфелів, які задовольняють всі поставлені умови і знаходяться на верхній межі допустимої множини портфелів Марковіца, тобто мають найвищу дохідність.

Розглянемо задачу на основі наведеної моделі щодо її нечітких параметрів. Для *i*-го виду страхування маємо:

$r = (r_{i1}, \bar{r}_i, r_{i2})$ — дохідність по *i*-му виду страхування, трикутне нечітке число,

де

— очікувана дохідність по і-му виду страхування;

r_{i1} — нижня границя дохідності і-го виду страхування;

r_{i2} — верхня границя дохідності і-го виду страхування;

Тоді дохідність портфеля:

$$r = (r_{\min} = \sum_{i=1}^{n} \omega_i r_{1i}, \bar{r} = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \bar{r}_i, r_{\max} = \sum_{i=1}^{n} \omega_i r_{2i}) \quad (4),$$

також є трикутним нечітким числом (як лінійна комбінація нечітких трикутних чисел), де ω_i — частка *i*-го виду страхування в портфелі.

Зафіксувавши r^* — критичне значення дохідності портфеля, стає очевидним, що якщо фактичне значення портфеля виявиться нижчим за r^*, то портфель сформовано неефективно. Надалі, зафіксувавши — необхідний рівень очікуваної дохідності портфеля, маніпулюючи вектором $\{\omega_i\}$, можна домогтися мінімуму ризику. Тобто:

$$\{\omega_{opt}\} = \{\omega\} \mid r \to \max, \quad \beta = const.$$

Апарат оцінки власне ризику портфельних активів детально представлено в роботах [3; 4]. Зазначимо лише, що при r_{min} та r_{max} (два значення оберненої функції приналежності), вираз для ступеня ризику портфеля β в результаті деяких перетворень, має вигляд:

$$\beta = \begin{cases} 0, & \text{при} \quad r^* < r_{\min}; \\ R(1 + \dfrac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \ln(1-\alpha)), & \text{при} \quad r_{\min} \leq r^* \leq \bar{r}; \\ 1 - (1-R)(1 + \dfrac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \ln(1-\alpha)), & \text{при} \quad \bar{r} \leq r^* < r_{\max}; \\ 1, & \text{при} \quad r^* \geq r_{\max}; \end{cases} \quad (5),$$

де

$$R = \begin{cases} \dfrac{(r^* - r_{\min})}{(r_{\max} - r_{\min})}, & \text{при} \quad r^* \leq r_{\max}; \\ 1, & \text{при} \quad r^* \leq r_{\max} \end{cases} \qquad (6),$$

$$\alpha = \begin{cases} 0, & \text{при} \quad r^* < r_{\min}; \\ \dfrac{r^* - r_{\min}}{\bar{r} - r_{\min}}, & \text{при} \quad r_{\min} \leq r^* < \bar{r}; \\ 1, & \text{при} \quad r^* = \bar{r}; \\ \dfrac{r_{\max} - r}{r_{\max} - \bar{r}}, & \text{при} \quad \bar{r} \leq r^* \leq r_{\max}; \\ 0, & \text{при} \quad r^* \geq r_{\max}. \end{cases} \qquad (7),$$

Кожен страховик, керуючись своїми потребами, може класифікувати значення β, виділивши для себе відрізок неприйнятних значень ризику.

На основі даних ЗАТ "СК АЕЛІТА" за 2007—2008 роки було проведено розрахунки. Структура портфеля страхової компанії (за видами страхування) станом на 1 січня 2009 року така: страхування відповідальності перед 3-ми особами — 3%, добровільне медичне страхування на випадок хвороби — 2%, страхування наземного транспорту — 35%, страхування від вогневих ри-

зиків — 3%, добровільне медичне страхування — 55%, інші види — 2% в загальній структурі портфеля.

Приймаючи до уваги ситуацію на страховому ринку, фахівцем робляться, наприклад, наступні висновки: дохідність кожного з видів страхування лежить в розрахунковому коридорі [ ]. Провівши розрахунки, отримали оптимальні структури портфеля на наступний період у класичному (деякі з них представлено в табл. 1) та нечіткому (табл. 2) представленнях.

Таблиця 1. Оптимальні портфелі, отримані за допомогою моделі Марковіца

Частка виду страхування в загальній структурі портфеля, %						Дохідність портфеля,%	Рівень ризику,%
Страхування відповідальності перед 3-ми особами	Добровіл. медичне стр-ня на випадок хвороби	Страхування наземного транспорту	Страхування від вогневих ризиків	Добровіл. медичне Страхування	Інші види		
5	5	20	5	55	10	24,14	7,67
10	5	20	10	50	5	26,35	8,37
10	10	25	10	40	5	29,03	9,23
15	5	20	10	45	5	27,45	8,72
15	5	25	10	40	5	28,33	9,00

Таблиця 2. Оптимальні портфелі, отримані при застосуванні нечітко-множинного методу

Частка виду страхування в загальній структурі портфеля, %						Нижня границя,%	Дохідність портфеля,%	Верхня границя,%	Рівень ризику
Страхування відповідальності перед 3-ми особами	Добровільне медичне стр-ня на випадок хвороби	Страхування наземного транспорту	Страхування від вогневих ризиків	Добровіл. медичне Страхування	Інші види				
8	9	22	3	52	6	21,47	23,13	24,80	7,67
8	14	27	8	42	1	24,84	26,76	28,69	8,37
13	9	32	3	42	1	23,86	25,71	27,56	9,23
13	14	22	8	42	1	25,01	26,95	28,88	8,72
13	14	27	8	37	1	25,80	27,80	29,80	9,00

На основі отриманих результатів компанія може обрати оптимальну саме для неї структуру страхового портфеля, виходячи зі своїх керівних вподобань. Якщо наприклад, поставленою метою є зменшення рівня ризику, то буде обраний портфель з найменшим рівнем ризику 7,67%. Йому відповідатиме така структура: страхування відповідальності перед 3-ми особами — 8%, добровільне медичне страхування на випадок хвороби — 9%, страхування наземного транспорту — 22%, страхування від вогневих ризиків — 3%, добровільне медичне страхування — 52%, інші види — 6% в загальній структурі портфеля. При цьому очікувана дохідність сягатиме рівня 23,13%, а її нижня та верхня границі будуть відповідно 21,47% та 24,80%.

ВИСНОВКИ

У статті була розглянута задача формування оптимальної структури саме страхового портфеля двома шляхами: застосуванням класичної портфельної моделі Марковіца та застосуванням відносно нового нечітко-множинного підходу до моделі портфельної оптимізації.

За результатами моделювання оптимальної структури страхового портфеля СК "АЕЛІТА" виявилось, що дохідність оптимальних портфелів, отриманих за допомогою моделі Марковіца, вища за дохідність оптимальних портфелів, отриманих за допомогою нечітко-множинного методу при однакових рівнях ризику. Це пояснюється тим, що в моделі Марковіца розрахунок очікуваної дохідності базується на показниках за минулі періоди і майже не враховується ситуація на страховому ринку на момент прийняття рішення страховиком. В нечітко-множинній моделі очікуване значення дохідності кожного активу розраховується вже не з статистичних даних, а виходячи зі стану ринку в момент прийняття страховиком рішення. Структура оптимального портфеля, отримана в результаті застосування методів для тих же самих рівнів ризику, теж різна. Причиною цього є різне розуміння рівня ризику портфеля. В нечітко-множинному методі під ризиком розуміють ситуацію, коли очікувана дохідність портфеля нижче заданого критичного рівня. В моделі Марковіца ризик розглядається як ступінь коливання очікуваного доходу портфеля як в меншу, так і в більшу сторону.

Значимість дослідження полягає в тому, що завдяки розглянутій у даній роботі математичній моделі на основі нечітко-множинного підходу можна сформувати більш адекватну оптимальну структуру саме страхового портфеля компанії на майбутнє, ніж при використанні класичних методів.

Література:

1. Орланюк-Малицкая Л.А. Платежеспособность страховой компании. — М.: Анкил, 1994. — 150 с.

2. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. Инвестиции: пер. с англ. — М.: ИНФРА-М, 1997. — 1024 с.

3. Зайченко Ю.П., Есфандиярфард М. Анализ инвестиционного портфеля с использованием аппарата нечетких множеств. Управління в природних, соціальних та економічних системах, Автоматика. — 2006., УДК 681.324.

4. Недосекин А.О. Нечетко множественный анализ риска фондовых инвестиций [Електронний ресурс]. — Режим доступу: http://www.mirkin.ru/_docs/book23.pdf.

5. Аньшин В.М., Демкин И.В., Царьков И.Н., НиконовИ.М. Применение теории нечётких множеств к задаче формирования портфеля проектов // Проблемы анализа риска. — 2008. — Т. 5. — № 3. — С. 8—21.

Стаття надійшла до редакції 22.03.2010 р.